



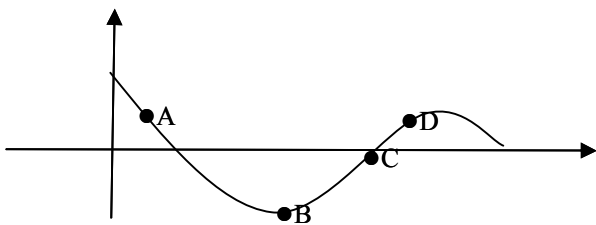
درس : ریاضی ۳	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰
تاریخ امتحان :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	---	------

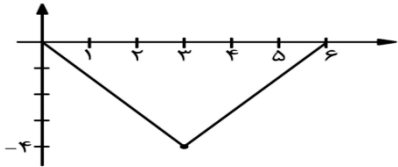
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه ی تعریفش صعودی است. ب) دامنه ی تابع $y = \tan x$ برابر $\left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\}$ است. ج) اگر صفحه P دریکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد وازرأس آن عبور نکند شکل حاصل یک هذلولی است.	۰/۷۵
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. الف) حد تابع $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می کند برابر می باشد. ب) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن است.	۰/۵
۳	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، دامنه ی تابع $f \circ g(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید.	۱
۵	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید. 	۰/۵
۶	الف) مقدار $\sin 22^\circ / 5^\circ$ را به دست آورید. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos 2\pi x + 1$ را به دست آورید. ج) معادله ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده وجواب های کلی آن را بنویسید.	۰/۷۵ ۱ ۱
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1 - \cos x}$	۱/۷۵

درس : ریاضی ۳	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰
تاریخ امتحان :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	---	------

۸	نقاط داده شده روی منحنی را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید.	۱										
	<table><tr><td>شیب</td><td>۱</td><td>۰</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>-۲</td></tr><tr><td>نقطه</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه					
شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲								
نقطه												
۹	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه ی $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۵										
۱۰	مشتق تابع $y = \frac{1}{x}(2\sqrt{x} - 1)^4$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۱/۵										
۱۱	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می کند به دست آورید.	۱										
۱۲	الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب) اکسترمم های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه ی $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.	۱ ۱										
۱۳	دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آن ها بیشترین مقدار ممکن گردد.	۱										
۱۴	وضعیت خط $x + y = 3$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ مشخص کنید.	۱/۲۵										
۱۵	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = 5$ و $b = 3$ در این صورت اندازه فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید.	۰/۷۵										
۱۶	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است.	۱/۵										
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۰										

درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف: نادرست (صفحه ۹) ۰/۲۵ ب: درست (صفحه ۳۹) ۰/۲۵ ج: نادرست (صفحه ۱۲۷) ۰/۲۵	۰/۷۵
۲	الف) $-\infty$ (صفحه ۶۳) ۰/۲۵ ب) استوانه (صفحه ۱۲۳) ۰/۲۵	۰/۵
۳	(صفحه ۱۴) $D_f = [1, +\infty)$ ۰/۲۵ , $D_g = R$ ۰/۲۵ $D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \underbrace{\{x \mid x \in R, 2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\}}_{۰/۲۵} = \underbrace{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}_{۰/۵}$	۱/۲۵
۴	(صفحه ۲۹) $f^{-1}(x) = 8x + 24$ ۰/۲۵ $\rightarrow f^{-1}(5) = 64$ ۰/۲۵ $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ ۰/۲۵ $g^{-1} \circ f^{-1}(x) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4$ ۰/۲۵	۱
۵	(صفحه ۱۵ و ۲۳) 	۰/۵
۶	الف) (صفحه ۴۸) $\sin^2 22/5^\circ = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ ۰/۲۵ ب) (صفحه ۴۰) $T = \frac{2\pi}{ 2\pi } = 1$ ۰/۵, $\max = -3 + 1 = 4$ ۰/۲۵, $\min = - -3 + 1 = -2$ ۰/۲۵ ج) (صفحه ۴۷) $2x \left(\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \rightarrow \underbrace{\sin 2x}_{۰/۲۵} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \underbrace{\sin 2x}_{۰/۲۵} = \sin \frac{\pi}{4}$ $2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8}$ ۰/۲۵, $2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8}$ ۰/۲۵	۰/۷۵ ۱ ۱

درس : ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه : ۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع:	تاریخ امتحان :	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره										
۷	(صفحه ی ۵۷) الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \underbrace{\frac{2 - \sqrt{x}}{(x - 4)(x + 4)}}_{\cdot/25} \times \underbrace{\frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}}_{\cdot/25} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\overbrace{4 - x}^{\cdot/25}}{(x - 4)(x + 4)(2 + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{\underbrace{(x + 4)(2 + \sqrt{x})}_{\cdot/25}} = \frac{-1}{\underbrace{32}_{\cdot/25}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{\underbrace{0^+}_{\cdot/25}} = \underbrace{+\infty}_{\cdot/25}$	۱/۲۵ ۰/۵										
۸	<table><tr><td>شیب</td><td>۱</td><td>.</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>-۲</td></tr><tr><td>نقطه</td><td>C</td><td>B</td><td>D</td><td>A</td></tr></table> (صفحه ی ۷۵)	شیب	۱	.	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه	C	B	D	A	۱
شیب	۱	.	$\frac{1}{2}$	-۲								
نقطه	C	B	D	A								
۹	در نقطه $x=1$ مشتق پذیر است. (صفحه ی ۹۱) ۰/۵ $f'_+(x) = 2x + 1 \rightarrow f'_+(1) = 3$ ۰/۵ $f'_-(x) = 3 \rightarrow f'_-(1) = 3$ ۰/۵ $f'_+(1) = f'_-(1) = 3$	۱/۵										
۱۰	(صفحه ی ۹۹) $y' = \underbrace{\frac{-1}{x^2}}_{\cdot/25} \times \underbrace{(2\sqrt{x} - 1)^4}_{\cdot/25} + \underbrace{4(2\sqrt{x} - 1)^3}_{\cdot/25} \times \underbrace{\left(\frac{2}{2\sqrt{x}} - 0\right)}_{\cdot/25} \times \underbrace{\frac{1}{x}}_{\cdot/25}$	۱/۵										
۱۱	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(7) - f(2)}{\underbrace{7 - 2}_{\cdot/25}} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{\underbrace{5}_{\cdot/5}} = \frac{1}{\underbrace{5}_{\cdot/25}}$ (صفحه ی ۹۴)	۱										

درس : ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی		تعداد صفحه : ۴		مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		ساعت شروع:		تاریخ امتحان :																		
ردیف		راهنمای تصحیح																				
نمره																						
۱۲	(الف) $f(x) = x^3 - 3x + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \quad \cdot / 25 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$\nearrow$</td><td>$\searrow$</td><td>$\nearrow$</td></tr></table> ۰/۲۵ نقطه‌ی (۱، ۴) مینیمم نسبی و نقطه‌ی (۰، ۶) ماکزیمم نسبی است (۰/۵) (ب) $g(x) = x^3 + 2x - 5 \rightarrow g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0 \quad \cdot / 5$ $g(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17 \quad \min \cdot / 25$ $g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \quad \max \cdot / 25$ (صفحه ی ۱۱۲)							x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	+	$f(x)$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																		
$f'(x)$		+	-	+																		
$f(x)$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$																		
۱۳	۱ $2a + b = 60 \rightarrow b = 60 - 2a \rightarrow ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2 \quad \cdot / 25$ $(ab)' = 60 - 4a = 0 \rightarrow a = 15 \quad \cdot / 5 \rightarrow b = 60 - 2 \times 15 = 30 \quad \cdot / 25$ (صفحه ی ۱۱۹)																					
۱۴	۱/۲۵ (صفحه ی ۱۳۸) $O(1, 0) \cdot / 25, r = 2 \cdot / 25$ $d = \frac{ 1(1) + 1(0) - 3 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} < 2 \quad \cdot / 5 \rightarrow$ متقاطعونند ۰/۲۵																					
۱۵	۰/۷۵ $c^2 = \underbrace{a^2}_{\cdot / 25} - \underbrace{b^2}_{\cdot / 25} = 25 - 9 = 16 \rightarrow c = 4 \rightarrow \underbrace{2c}_{\cdot / 25} = 8$ (صفحه ی ۱۳۰)																					

درس : ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه : ۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع:	تاریخ امتحان :	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱۶	$p(A) = \frac{7}{12} \times \frac{7}{15} + \frac{5}{12} \times \frac{6}{15} = \frac{79}{180}$ (صفحه ی ۱۴۸)		
۲۰	جمع بارم		